Correction_TDs_Electrocinétique_Série 3

Exercice 1 :

1)

$$L\omega = 50 \qquad L = \frac{50}{2\pi 50} = 0{,}16\,H$$

$$\frac{1}{C\omega} = 150 \qquad C = \frac{1}{150 \times 2\pi \times 50} = 21{,}2 \times 10^{-6}\,F$$

2)

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \qquad Z = \sqrt{(50+100)^2 + (50-150)^2} = 180{,}3\,\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} \qquad I = \frac{240}{180{,}3} = 1{,}33\,A$$

3)

$$\tan\varphi_1 = \frac{L\omega}{R_1} \qquad \tan\varphi_1 = \frac{50}{50} \qquad \varphi_1 = 45°$$

$$\tan\varphi_2 = -\frac{\frac{1}{C\omega}}{R_2} \qquad \tan\varphi_2 = -\frac{150}{100} \qquad \varphi_2 = -56{,}3°$$

φ_1 est le déphasage de u_1 par rapport à i

φ_2 est le déphasage de u_2 par rapport à i

u_1 est en avance de phase sur i

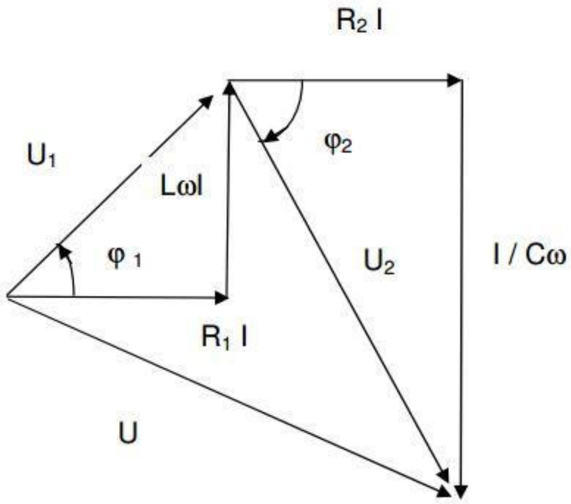
u_2 est en retard de phase sur i

4)

De déphasage de u_2 par rapport à u_1 est :

$(\overrightarrow{U_1}, \overrightarrow{U_2}) = \varphi_2 - \varphi_1 = -56,3 - 45 = -101,3°$

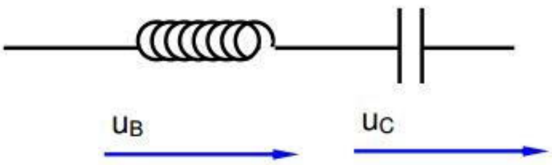
u_2 est en retard de phase sur u_1 de 101,3 °



Exercice 2:

1)

u_B est la tension aux bornes de la bobine (L, R)



Calcul de I : $I = \frac{Uc}{Zc} = \frac{Uc}{\frac{1}{C\omega}} = UcC\omega$ $\quad I = 60 \times 16 \times 10^{-6} \times 2 \times \pi \times 50 = 0,3\,A$

Calcul de l'impédance Z du dipôle RLC. $Z = \frac{U}{I}$ $\quad Z = \frac{120}{0,3} = 400\,\Omega$

Calcul de l'inductance de la bobine :

$$L = \frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{C\omega} \pm \sqrt{Z^2 - R^2}\right) \quad L = \frac{1}{100\pi}\left(\frac{1}{16 \times 10^{-6} \times 100\pi} \pm \sqrt{400^2 - 380^2}\right)$$

2)

$L = \frac{1}{100\pi}(198,9 \pm 124,9)$ Il y a deux solutions : L_1= 1,03 H et L_2= 0,235 H

3) et 4)

Etude des deux solutions :

Dans les deux cas : I = 0,3 A $\frac{1}{C\omega}$=198,4 Ω $U_R = RI = 114V$ U_C= 60 V U=120 V

Solution 1

L_1=1,03 H $L\omega = 1,03 \times 100\pi = 323,6\Omega$ $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ $L\omega I = 97,1\,V$

L'effet inductif est prépondérant.

$$\tan\varphi_1 = \frac{L_1\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \qquad \varphi_1 = 18,4\,\text{degrés}$$

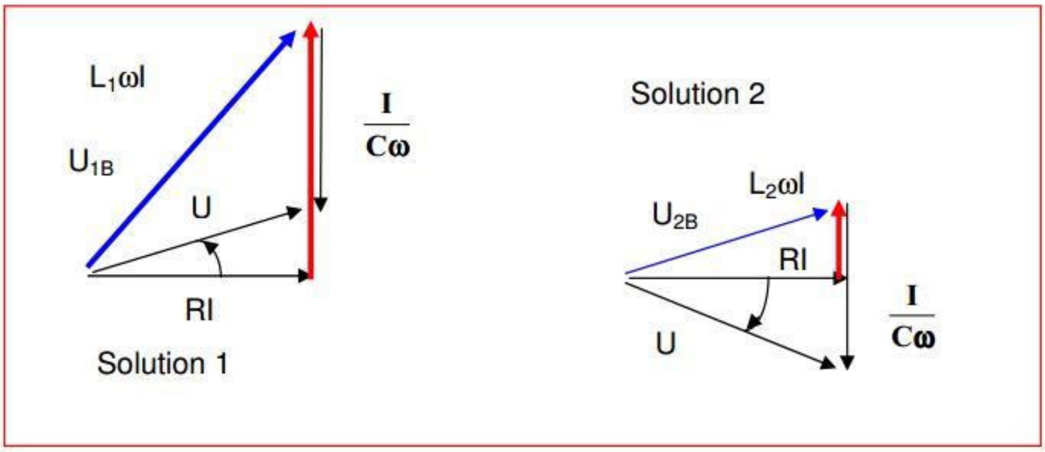
i est en retard de phase sur u

Solution 2

$L\omega = 0,235 \times 100\pi = 73,8\Omega$ $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ $L\omega I = 22,1\,V$

L'effet capacitif est prépondérant.

$$\tan\varphi_2 = \frac{L_2\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \qquad \varphi_2 = -18,4\,\text{degrés}$$



Exercice 3 :

1. U_{Rm} correspond à 3,7 div U_{Rm} =3,7×2= 7,4 V $U_R = \frac{7,4}{\sqrt{2}} = 5,23V$

Um correspond à 3,4 div Um=3,4×5= 17 V $U = \frac{17}{\sqrt{2}} = 12\,V$

2. $I = \frac{U_R}{R}$ $I = \frac{5,23}{20} = 0,262\ A$

3. Une période correspond à 7,8 div T=7,8×2= 15,6 ms

$f = \frac{1}{T}$ $f = \frac{1}{15,6\times10^{-3}} = 64,1\,Hz$ $\omega = 2\pi f$ $\omega = 403\,rad.s^{-1}$

4. D'après l'oscillogramme, u est en retard sur u_R=Ri et par conséquent, u est en retard sur i

Le décalage horizontal entre les sommets des deux courbes est de 1,4 div.

Un décalage de 7,8 cm correspondrait à un décalage horaire de T et à un déphasage de 2π. On en déduit que $|\varphi| = \frac{1,4}{7,8}2\pi = 1,13\,rad$

u= 17 cosω t i= 0,24√2 cos(ωt + 1,13) =0,34 cos(ωt + 1,13)

Le déphasage de u par rapport à i est donc $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0 - \varphi_i = -1,13\,rad$

5. $\tan\varphi = \dfrac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R} \Rightarrow C = \dfrac{1}{\omega(L\omega - R\tan\varphi)}$

$$C = \frac{1}{403(0,025\times403 - 20\tan(-1,13))} = 47,3\times10^{-6}\,F$$

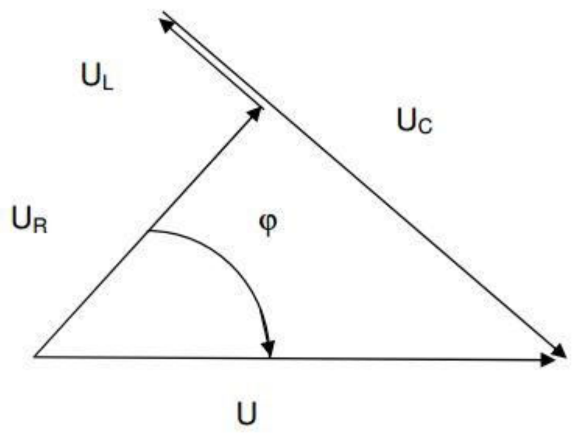
6. $Z = \dfrac{U}{I}$ $\quad Z = \dfrac{12}{0,262} = 45,8\ \Omega$

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \qquad Z = \sqrt{20^2 + (0,025\times403 - \frac{1}{47,5\times10^{-6}\times403})^2}$$

Z=46, 6 Ω Ces résultats sont différents à cause de l'imprécision dans la lecture des courbes.

7.

La tension est sur l'axe de référence



$U = 12\ V$

$U_R = 5,23\ V$

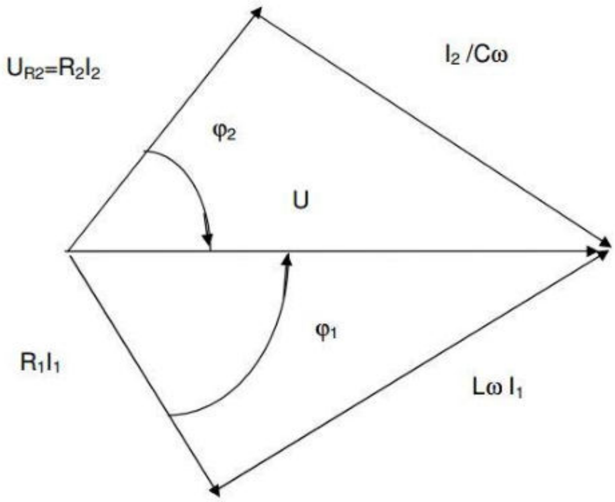
$U_L = L\omega I = 2,64\ V$

$U_C = \dfrac{I}{C\omega} = 13,74\ V$

La construction n'est pas réalisée à l'échelle.

Exercice 4 :

On prend la tension U sur l'axe de référence. On fait la construction de Fresnel avec les tensions. On détermine φ_1 et φ_2, déphasages de u par rapport à i_1 et i_2.



$Z_1=\sqrt{R_1{}^2+(L\omega)^2}$ $\quad Z_1=\sqrt{5^2+(0,01\times200)^2}\ =\ 5,38\,\Omega$

$Z_2=\sqrt{R_2{}^2+\frac{1}{C\omega}}$ $\quad Z_2=\sqrt{3^2+\left(\frac{1}{1670\times10^{-6}\times200}\right)^2}\ =\ 4,24\ \Omega$

$I_2=\frac{U_{R2}}{R_2}$ $\quad I_2=\frac{15}{3}=5\,A$

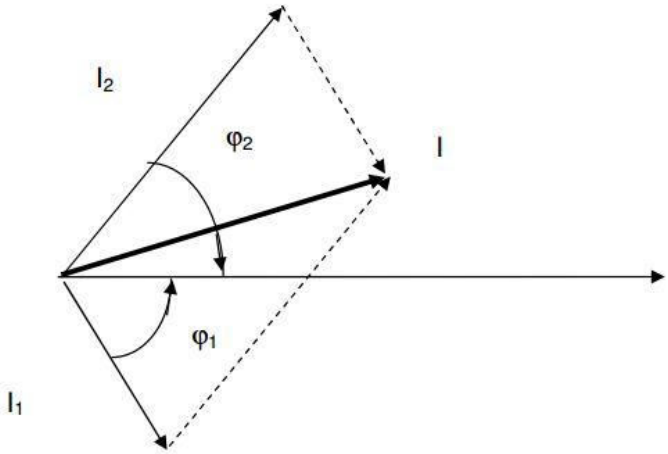
$U=Z_2I_2$ $\quad U= 4,24\times5= 21,2\ V$

$I_1=\frac{U}{Z_1}$ $\quad I_1=\frac{21,2}{5,38}=3,90\,A$

$\tan\varphi_1=\frac{L\omega}{R_1}$ $\quad \tan\varphi_1=\frac{0,01\times200}{5}$ $\quad \varphi_1=21,8°$

$\tan\varphi_2=-\frac{1}{R_2C\omega}$ $\quad \tan\varphi_2=-\frac{1}{3\times1670\times10^{-6}\times200}$ $\quad \varphi_2=-44,9°$

On fait ensuite la construction de Fresnel pour les intensités



$$I=\sqrt{I_1{}^2+I_2{}^2+2I_1I_2\cos(|\varphi_2|+\varphi_1)}$$

I=7,46 A

$$\bar{I}=\bar{I_1}+\bar{I_2} \qquad I\cos\varphi=I_1\cos\varphi_1+I_2\cos\varphi_2$$

$$\cos\varphi=\frac{3,9\cos(21,8)+5\cos(-44,9)}{7,46}=0,959 \quad \varphi=16,3°$$

I fait avec U un angle φ =-16,3 °(déphasage de u sur i)

Exercice 5 :

1)

$$U=\frac{311}{\sqrt{2}}=220V \qquad \underline{U}=220\,V\angle 0°$$

$$I=\frac{3}{\sqrt{2}}=2,12\,A \qquad \underline{I}=2,12\,A\angle -60°$$

2)

$$\underline{Z}=\frac{\underline{U}}{\underline{I}} \qquad \underline{Z}=\frac{220}{2,12\angle -60°}=103,8\Omega\angle 60°=51,9+89,9j$$

3)

Le déphasage de u par rapport à i est de + 60 °

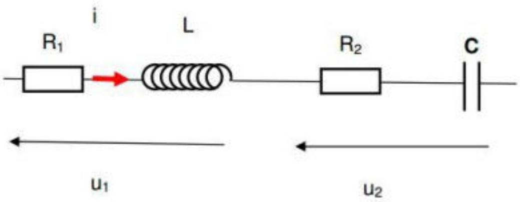
Exercice 6 :

$$\underline{Z_3}=2,82+1,03j$$

$$\underline{Z}=\underline{Z_1}+\underline{Z_2}+\underline{Z_3} \qquad \underline{Z}=(2+1+2,82)+(3-1+1,03)j=5,82+2,85j$$

$$\underline{Z}=6,48\Omega\angle 26,1°$$

Exercice 7 :



$$L\omega = 50 \qquad L = \frac{50}{2\pi 50} = 0{,}16\,H$$

$$\frac{1}{C\omega} = 150 \qquad C = \frac{1}{150 \times 2\pi \times 50} = 21{,}2 \times 10^{-6}\,F$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}}{50 + 100 + j(50 - 150)} \qquad \underline{U} = 240\angle 0°$$

$$\underline{I} = \frac{240}{150 - 100j} = 1{,}11 + 0{,}738\,j$$

$$\underline{Z_1} = 50 + 50j \qquad Arg(\underline{Z_1}) = \varphi_1 \qquad \varphi_1 = 45°$$

$$\underline{Z_2} = 100 - 150j \qquad Arg(\underline{Z_2}) = \varphi_2 \qquad \varphi_2 = -56{,}3°$$

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \qquad Z = \sqrt{(50 + 100)^2 + (50 - 150)^2} = 180{,}3\,\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} \qquad I = \frac{240}{180{,}3} = 1{,}33\,A \qquad \underline{I} = 1{,}33\,A\angle 33{,}8°$$

φ_1 est le déphasage de u_1 par rapport à i u_1 est en avance de phase sur i

φ_2 est le déphasage de u_2 par rapport à i u_2 est en retard de phase sur i

De déphasage de u_2 par rapport à u_1 est :

$$(\overline{U_1}, \overline{U_2}) = \varphi_2 - \varphi_1 = -56{,}3 - 45 = -101{,}3°$$

u_2 est en retard de phase sur u_1 de 101,3 °

Exercice 8 :

S=UI   S=220×65 = 14300 VA

Pabsorbée = Pa= Pu / η   Pa = 10000 / 0,8 = 12500 W

cosφ = Pa / S   cosφ = 12500 /14300 = 0,874

sinφ = 0,486

Q = UI sinφ   Q = 220×65×0,486= 6950 VAR

Exercice 9 :

1)

On remplace le dipôle AB par un dipôle de Thévenin.

Par application de la loi de Pouillet :

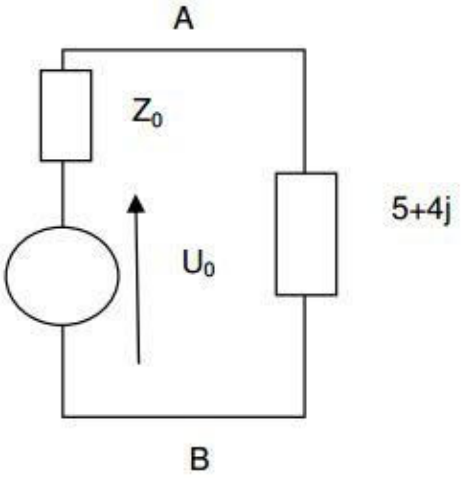
$$\underline{I} = \frac{E}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_C} \qquad \underline{U}_{AB} = \underline{Z}_C \underline{I} \qquad \underline{U}_{AB} = \frac{1}{jC\omega} \frac{E}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$$

$$\underline{U}_{AB} = \frac{E}{\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)C\omega} \qquad \text{d'où } U_{AB} = \frac{E}{\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)C\omega} = 360 \text{ V}$$

$$\underline{U}_0 = 360 \text{ V}\angle 0°$$

$$\underline{Z}_0 = \frac{\underline{Z}_C \underline{Z}_L}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_L} = \frac{\frac{1}{jC\omega} + jL\omega}{\frac{1}{jC\omega} + jL\omega} = 75j$$

2)

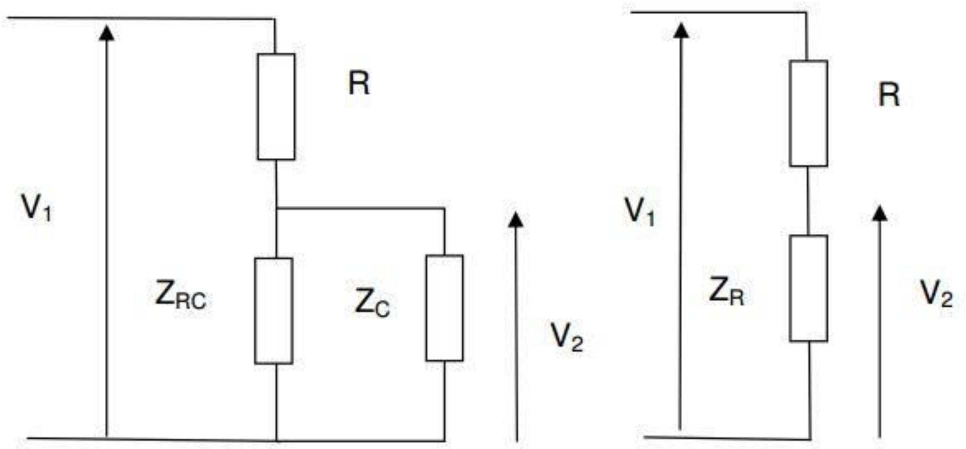


$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}} = \frac{360}{75j + 5 + 4j}$$

$$\underline{I} = 0,287 - 4,54j$$

$$I = \sqrt{0,287^2 + (-4,54)^2} = 4,55 \text{ A}$$

Exercice 10 :



$$\underline{Z}_{RC} = R + \frac{1}{jC\omega} \qquad \underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega} \qquad \underline{Z} = \frac{\underline{Z}_{RC}\underline{Z}}{\underline{Z}_{RC} + \underline{Z}}$$

D'après la relation du diviseur de tension :

$$\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + R} \qquad \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{1 + jx}{1 + 3jx - x^2}$$